

# 基于MAD的变中心变核宽MCC水声信道估计方法

汤琦, 刘颖, 周骏尧

(西安邮电大学电子工程学院, 陕西 西安 710121)

**摘要:** 针对非高斯非平稳水声信道下传统MCC算法性能受限于核宽选择、中心估计易受脉冲污染等问题, 本文提出基于MAD的变中心变核宽最大相关熵准则(VC-VKW-MCC)信道估计方法。利用MAD对脉冲不敏感的性质, 结合滑动窗口与软限幅, 实现中心估计与核宽自适应更新, 有效抑制脉冲噪声, 理论分析了其均方收敛条件。仿真结果表明: 所提算法稳态精度较固定核宽MCC算法提高70%以上, 较Fe-MCC-AKW算法提高60%以上。

**关键词:** 水声信道估计; MCC; 中位数绝对偏差; 变中心; 变核宽

**中图分类号:** TN911.23

## MAD-based Variable-Center and Variable-Kernel-Width MCC Underwater Acoustic Channel Estimation Method

Tang Qi, Liu Ying, Zhou Junyao

School of Electronic Engineering, Xi'an University of Posts & Telecommunications, Xi'an 710121, China

**Abstract:** To address the limitations of conventional maximum correntropy criterion (MCC) algorithms in non-Gaussian, non-stationary underwater acoustic channels, specifically their dependency on fixed kernel widths and the vulnerability of center estimation to impulse contamination, a variable-center variable-kernel-width MCC (VC-VKW-MCC) channel estimation method based on median absolute deviation (MAD) was proposed. The robust property of MAD to impulses was utilized, combined with sliding windows and soft clipping, to achieve the adaptive updating of the filtering center and kernel width, thereby effectively suppressing impulsive noise. The mean-square convergence condition of the method was theoretically derived. Simulation results showed that the proposed algorithm obtained more than 70% higher steady-state accuracy than the fixed-kernel-width MCC algorithm, and more than 60% higher accuracy than the Fe-MCC-AKW algorithm.

**Key words:** Underwater acoustic channel estimation, Maximum correntropy criterion, Median absolute deviation, Variable center, Variable kernel width

### 0 引言

在水声通信、水下目标探测等实际应用中, 水声信道呈现出典型的非高斯与非平稳复合特性<sup>[1-2]</sup>。接收信号常受到船舶噪声、生物噪声、多径效应及换能器非线性等因素的共同作用, 表现为非平稳背

景噪声与随机高强度脉冲干扰的复合污染<sup>[3]</sup>。传统基于最小均方误差 (minimum mean square error, MSE) 准则的自适应滤波算法在高斯噪声假设下性能优良, 但在上述非高斯脉冲噪声环境下极易发散或性能严重退化<sup>[4]</sup>。为应对非高斯信号处理问题,

收稿日期: XXXX-XX-XX; 修回日期: XXXX-XX-XX

通信作者: 刘颖, yingliu02033@163.com

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.62305268); 陕西省自然科学基金基础研究计划资助项目 (No.2022JM-387, No.2019JM-305)

**Foundation Items:** The National Natural Science Foundation of China (No.62305268), The Natural Science Basic Research Program (No.2022JM-387, No.2019JM-305)

信息论学习 (information theoretic learning, ITL) 框架提供了一条新路径。ITL 通过捕捉数据的整体概率分布而非有限阶矩, 在处理非高斯信号时展现出显著优势<sup>[5-6]</sup>。最大相关熵准则 (maximum correntropy criterion, MCC) 作为 ITL 中一种高效且鲁棒的优化准则, 不仅计算相对简单, 还能有效利用信号的高阶统计量<sup>[7]</sup>。基于 MCC 的算法在脉冲噪声抑制等场景中, 已表现出优于传统 MSE 准则算法的性能<sup>[8]</sup>。

然而, MCC 算法的性能高度依赖于核宽度的选择。核宽度过小会导致算法对噪声敏感, 而核宽度过大则会降低算法的分辨能力。因此, 如何选择合适的核宽度成为了 MCC 应用中的一个关键问题。针对核宽度选择问题, 研究者们提出了多种自适应算法。Wang 等<sup>[9]</sup>提出了一种自适应核宽 MCC (adaptive kernel width MCC, AMCC) 算法, 根据瞬时误差调整核宽度, 在一定程度上缓解了固定核宽带来的矛盾, 但在强脉冲干扰下鲁棒性不足。Wang 等<sup>[10]</sup>提出的切换核宽 MCC (switching kernel width MCC, SMCC), 将宽度设在瞬时误差除以 2 平方根的绝对值与预定核宽度之间的最大值, 不增加额外参数, 但基于瞬时误差的切换机制在非平稳噪声环境中决策准确性不足。Huang 等<sup>[11]</sup>提出的变核宽 MCC (variable kernel width MCC, VKW-MCC) 算法通过最大化指数项求解每步最优核宽, 在系统辨识等任务中表现优越, 但未考虑误差中心偏移的影响。Shi 等<sup>[12]</sup>提出的基于凸组合的 MCC 自适应滤波 (convex combination MCC, CMCC) 算法通过将两个自适应滤波器的输出进行凸组合, 调和了收敛速度与稳态误差的矛盾, 但固定混合策略在时变噪声环境中难以实现动态最优平衡。Le 等<sup>[13]</sup>提出滤波误差最大相关熵自适应核宽算法 (filtered-error maximum correntropy criterion with adaptive kernel width, Fe-MCC-AKW), Agarwal 等<sup>[14]</sup>提出约束最大复相关熵变核宽算法 (constrained maximum complex correntropy criterion with variable kernel width, CMCCC-VK) 等, 这些改进变核宽类方法提高了抑制脉冲噪声性能, 但未考虑非平稳信道下误差中心漂移问题。上述核宽调整算法普遍存在的问题在于: 基于瞬时误差的调整策略在非平稳噪声下稳定性较差, 而基于优化目标的算法则忽略了中心偏移的影响, 在复杂水声信道中难以同时保

证收敛速度与稳态精度。

在中心校正方面, Liu 等<sup>[15]</sup>提出的变中心最大相关熵准则 (MCC with variable center, MCC-VC) 以及 Sun 等<sup>[16]</sup>提出的广义变中心最大相关熵准则 (generalized MCC with variable center, GMCC-VC) 通过将核函数中心从固定零点调整为动态估计值, 有效改善了非零均值噪声环境下的算法性能, 但此类方法在噪声均值快速漂移时跟踪滞后, 由于仅采用固定或经验预设的核宽度, 在噪声统计特性剧烈变化时, 固定的核宽限制了算法性能的进一步提升。

本文提出变中心变核宽 MCC (variable-center variable-kernel-width MCC, VC-VKW-MCC) 水声信道估计方法, 其核心贡献在于构建了一个基于中位数绝对偏差 (median absolute deviation, MAD) 的自适应中心估计和核宽动态更新的方法。基于 MAD 评估噪声水平并动态生成限幅阈值, 对历史误差进行软限幅处理后取中位数, 从而获得抗脉冲污染的中心估计值。原始误差通过去中心化处理消除非零均值噪声对滤波的影响, 并基于 MAD 对去中心化后的误差值估计核宽。通过包含不同信噪比、脉冲概率及噪声均值的时变系统进行性能验证, 仿真结果表明, 与 MCC、AMCC、SMCC、VKW-MCC、CMCC、Fe-MCC-AKW、CMCCC-VK 及 VC-MCC 算法相比, 该算法在收敛速度、稳态精度、抗脉冲性能及非平稳噪声适配能力上均展现出更优的性能。

## 1 相关工作

### 1.1 最大相关熵准则

相关熵是衡量随机变量相似性的非线性度量, 能有效捕捉信号高阶统计特性, 在非高斯信号处理中具有强鲁棒性<sup>[17]</sup>。对于随机变量  $X$  和  $Y$ , 其相关熵定义为:

$$V(X, Y) = E[\kappa_{\sigma}(X, Y)] \quad (1)$$

其中,  $E[\cdot]$  为期望算子,  $\kappa_{\sigma}(\cdot, \cdot)$  为高斯核函数, 形式为:

$$\kappa_{\sigma}(x, y) = \exp\left[-\frac{(x - y)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (2)$$

$\sigma$  为核宽参数, 控制核函数有效作用范围。

MCC 算法通过最大化相关熵构建代价函数:

$$J_{\text{MCC}}(\boldsymbol{\omega}_{k-1}) = E \left[ \exp \left( -\frac{\mathbf{e}_k^2}{2\sigma^2} \right) \right] \quad (3)$$

其中下标  $k$  为时间索引,  $\boldsymbol{\omega}_{k-1}$  表示第  $k-1$  次迭代时最优权重  $\boldsymbol{\omega}_{\text{opt}}$  的估计值,  $\boldsymbol{\omega}_{\text{opt}}$  是待估计未知系统的  $L \times 1$  维权重向量,  $E[\cdot]$  表示期望算子, 且预测误差:

$$\mathbf{e}_k = \mathbf{d}_k - \boldsymbol{\omega}_{\text{opt}}^T \mathbf{x}_k \quad (4)$$

其中, 输入向量  $\mathbf{x}_k = [x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-L+1}]^T$  ( $L$  为滤波器阶数), 期望输出  $\mathbf{d}_k = \boldsymbol{\omega}_{\text{opt}}^T \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k$ ,  $\mathbf{v}_k$  为噪声。

对代价函数求梯度并采用梯度上升法, 引入步长  $\mu$ , 得到权重更新公式:

$$\boldsymbol{\omega}_k = \boldsymbol{\omega}_{k-1} + \mu \exp \left( -\frac{\mathbf{e}_k^2}{2\sigma^2} \right) \mathbf{e}_k \mathbf{x}_k \quad (5)$$

## 1.2 VKW-MCC 算法

标准 MCC 固定核宽存在收敛速度与稳态精度的固有矛盾, VKW-MCC<sup>[11]</sup> 通过动态核宽调整解决该问题。VKW-MCC 算法的代价函数为:

$$J_{\text{VKW-MCC}}(\boldsymbol{\omega}_{k-1}) = E \left[ \sigma_k^2 \exp \left( -\frac{\mathbf{e}_k^2}{2\sigma_k^2} \right) \right] \quad (6)$$

权重更新公式为:

$$\boldsymbol{\omega}_k = \boldsymbol{\omega}_{k-1} + \mu \exp \left( -\frac{\mathbf{e}_k^2}{2\sigma_k^2} \right) \mathbf{e}_k \mathbf{x}_k \quad (7)$$

其核宽更新机制首先构建长度为  $N_w$  的滑动窗口:

$$A_{|e|,k} = \left[ |e_k|, |e_{k-1}|, \dots, |e_{k-N_w+1}| \right]^T \quad (8)$$

通过  $\min(A_{|e|,k})$  剔除脉冲污染, 保留有效误差信息, 随后引入平滑因子  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ) 进行指数平滑, 得到:

$$\bar{e}_k = \alpha \bar{e}_{k-1} + (1 - \alpha) \min(A_{|e|,k}) \quad (9)$$

自适应核宽为:

$$\sigma_k = k_\sigma \bar{e}_k \quad (10)$$

其中,  $k_\sigma$  为核宽系数。

VKW-MCC 算法的优点在于核宽自适应调整平衡收敛速度与稳态精度, 性能优于传统 MCC、AMCC 等算法, 但缺点有: (1) 窗口内取最小值虽然增强了估计稳定性, 但估计误差较大, 影响收敛速度; (2) 未考虑误差中心偏移, 在非平稳环境中, 权重更新方向有更大偏差, 性能退化。

## 2 VC-VKW-MCC 算法

考虑非高斯噪声环境下的系统辨识问题。假设期望输出信号:

$$\mathbf{d}_k = \mathbf{x}_k^T \boldsymbol{\omega}_{\text{opt}} + \mathbf{v}_k + \boldsymbol{\eta}_k \quad (11)$$

其中  $\mathbf{x}_k$  是输入向量,  $\boldsymbol{\omega}_{\text{opt}}$  是未知系统权重,  $\mathbf{v}_k$  为时变非零均值高斯背景噪声, 其统计特性随时间漂移,  $\boldsymbol{\eta}_k$  为脉冲噪声。

原始误差为:

$$\mathbf{e}_k = \mathbf{d}_k - \mathbf{x}_k^T \boldsymbol{\omega}_{k-1} = \mathbf{x}_k^T (\boldsymbol{\omega}_{\text{opt}} - \boldsymbol{\omega}_{k-1}) + \mathbf{v}_k + \boldsymbol{\eta}_k \quad (12)$$

VKW-MCC 算法通过变核宽策略有效地权衡了收敛速度与稳态精度, 但其核心假设是误差  $\mathbf{e}_k$  的均值为零。然而, 在实际非平稳环境中, 背景噪声  $\mathbf{v}_k$  常常具有时变的非零均值 (如直流偏移), 这将导致误差分布的实际中心偏离原点。若不对该中心偏移  $\mathbf{c}_k$  进行补偿, 权重更新方向将存在系统性偏差, 最终损害算法的收敛精度与稳态性能。为了克服这一缺陷, 并进一步提升算法在强脉冲干扰下的性能, 本文提出 VC-VKW-MCC 算法, 该算法的核心创新在于构建了一个基于 MAD 的自适应中心估计和核宽更新的方法, 从而在非平稳脉冲噪声下实现更稳定、更精准的自适应滤波。改进后的代价函数为:

$$J_{\text{VC-VKW-MCC}}(\boldsymbol{\omega}_{k-1}) = E \left[ \sigma_k^2 \exp \left( -\frac{(\mathbf{e}_k - \mathbf{c}_k)^2}{2\sigma_k^2} \right) \right] \quad (13)$$

其中,  $\mathbf{c}_k$  为估计的误差信号中心值。重构后的代价函数通过  $(\mathbf{e}_k - \mathbf{c}_k)$  项实现误差中心校正, 使代价函数最大化目标聚焦于无中心偏移的有效误差, 从而适配非平稳噪声环境。

为简化表达式, 令有效误差  $\boldsymbol{\epsilon}_k = \mathbf{e}_k - \mathbf{c}_k$ , 则:

$$J_{\text{VC-VKW-MCC}}(\boldsymbol{\omega}_{k-1}) = E \left[ \sigma_k^2 \exp \left( -\frac{\boldsymbol{\epsilon}_k^2}{2\sigma_k^2} \right) \right] \quad (14)$$

采用梯度上升法更新权重, 得到权重更新方程为:

$$\boldsymbol{\omega}_k = \boldsymbol{\omega}_{k-1} + \mu \exp \left( -\frac{\boldsymbol{\epsilon}_k^2}{2\sigma_k^2} \right) \boldsymbol{\epsilon}_k \mathbf{x}_k \quad (15)$$

其中  $\mu$  为固定步长。与标准 VKW-MCC 相比, 式 (15) 的核心区别在于用有效误差  $\boldsymbol{\epsilon}_k$  替换了原始误差  $\mathbf{e}_k$ , 使得核宽的自适应调整与中心估计得以协同优化。

## 2.1 基于MAD的自适应中心估计与核宽更新

在存在强脉冲噪声的情况下,简单的均值或中位数估计易被离群值污染。为此,本文设计了一个基于MAD的自适应中心估计和核宽更新的方法。MAD是一种鲁棒性极强的统计量,用于衡量数据集的离散程度,并且对离群值(如脉冲噪声)具有高达50%的“崩溃点”,这意味着即使一半的数据被污染,其估计值仍然可靠。当连续脉冲噪声密度超过50%的极端场景下,MAD方法会因有效高斯样本占比不足出现性能急剧下降,本文所提算法在中心估计与核宽更新全过程中嵌入针对性保护策略,核宽更新仅依据去中心化后有效误差的统计量完成计算,屏蔽脉冲噪声样本对核宽自适应调整的误导,同时对核宽取值与中心估计值均设置上下边界与最小保护阈值,避免参数因高强度脉冲干扰出现异常突变,以此保证即便脉冲密度超出MAD理论崩溃点,算法也不会出现性能急剧下降,仍可维持稳定可靠的信道估计效果。

### 2.1.1 中心估计

首先,构建长度为 $N_c$ 的历史误差滑动窗口,存储最近 $N_c$ 次迭代的原始误差:

$$\mathbf{A}_{e,k} = [e_k, e_{k-1}, \dots, e_{k-N_c+1}]^T \quad (16)$$

当窗口内数据量满足计算条件时,计算误差序列的MAD值:

$$\text{MAD}_{e,k} = \text{median} \left( \left| e_{k-i} - \text{median}(\mathbf{A}_{e,k}) \right| \right), \quad (17)$$

$$i = 0, 1, \dots, N_c - 1$$

对于高斯分布噪声, MAD与标准差满足<sup>[18]</sup>:

$$s_k = 1.4826 * \text{MAD}_{e,k} \quad (18)$$

为避免估计值过小导致数值不稳定,设置最小保护阈值:

$$\hat{s}_k = \max(s_k, 10^{-6}) \quad (19)$$

有了噪声标准差估计后,设计一个抗脉冲的中心估计器。结合噪声标准差并依据 $3\sigma$ 准则构建自适应限幅阈值,该阈值可随噪声水平动态调整:

$$T = 3\hat{s}_k + \text{median}(\mathbf{A}_{e,k}) \quad (20)$$

利用构建的自适应限幅阈值,对误差历史窗口 $\mathbf{A}_{e,k}$ 中的每一个误差 $e_{k-i}$ 进行软限幅处理:

$$\tilde{e}_{k-i} = \text{sign}(e_{k-i}) \min(|e_{k-i}|, T) \quad (21)$$

其中,  $\text{sign}(\cdot)$ 保留误差的符号;  $\min(\cdot)$ 将超过阈值

的误差截断到阈值。软限幅操作将大幅度的脉冲噪声截断在阈值范围内,保留了误差的符号和基本趋势,并消除了极端值对中心统计量的“杠杆效应”。

最后,计算限幅后误差序列的中位数作为当前的中心估计值:

$$c_k = \begin{cases} 0 & k < N_c \\ \text{median}(\tilde{e}_0, \tilde{e}_1, \dots, \tilde{e}_{N_c-1}) & k \geq N_c \end{cases} \quad (22)$$

### 2.1.2 核宽自适应更新

利用估计的中心值,对原始误差进行去中心化处理得到有效误差 $\epsilon_k$ ,消除非零均值噪声对滤波的影响:

$$\epsilon_i = e_i - c_k, i = 0, 1, \dots, k \quad (23)$$

为实现核宽与中心校正的协同优化,本文基于有效误差构建核宽更新机制,替代传统VKW-MCC基于原始误差的核宽计算方式。首先构建长度为 $N_\omega$ 的有效误差绝对值滑动窗口:

$$\mathbf{A}_{\epsilon,k} = \left[ |\epsilon_k|, |\epsilon_{k-1}|, \dots, |\epsilon_{k-N_\omega+1}| \right]^T \quad (24)$$

同样采用MAD估计有效误差的离散程度:

$$\text{MAD}_{\epsilon,k} = \text{median} \left( \left| \epsilon_{k-i} - \text{median}(\mathbf{A}_{\epsilon,k}) \right| \right), \quad (25)$$

$$i = 0, 1, \dots, N_\omega - 1$$

将计算出的MAD值通过标准化的缩放因子进行转换,得到核宽控制信号的初步估计:

$$\hat{g}_k = 1.4826 * \text{MAD}_{\epsilon,k} \quad (26)$$

引入平滑因子 $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ )对窗口最小值进行指数平滑,以获得更稳定的核宽控制信号:

$$\bar{g}_k = \alpha \bar{g}_{k-1} + (1 - \alpha) \hat{g}_k \quad (27)$$

核宽 $\sigma_k$ 与平滑后的核宽控制信号 $\bar{\sigma}_k$ 成正比:

$$\sigma_k = k_\sigma \bar{g}_k \quad (28)$$

其中,  $k_\sigma$ 为核宽系数。为保证算法的鲁棒性和数值稳定性,对核宽设置上下限:

$$\sigma_k = \max(\min(\sigma_k, \sigma_0), \sigma_{\min}) \quad (29)$$

其中,  $\sigma_0$ 为初始核宽值,  $\sigma_{\min}$ 为核宽下限。

此外,算法基于当前有效误差与核宽参数计算高斯核置信度:

$$\gamma_k = \exp\left(-\frac{\epsilon_k^2}{2\sigma_{k-1}^2}\right) \quad (30)$$

用于衡量当前误差样本与高斯噪声分布的相似程度。当有效误差为正常高斯背景噪声时,幅值较

小, 高斯核置信度接近 1; 当样本受强脉冲污染时, 幅值显著增大, 高斯核置信度迅速趋近于 0。算法设置判决阈值, 仅当高斯核置信度高于阈值时, 才判定为有效干净样本并允许其参与核宽所依赖的平滑误差统计量更新, 若高斯核置信度低于阈值则判定为脉冲样本并跳过统计量更新, 从数据源头屏蔽脉冲干扰。

## 2.2 VC-VKW-MCC 算法步骤

本文提出的 VC-VKW-MCC 水声信道估计方法, 通过中心估计与核宽更新的协同自适应机制, 在每次迭代中, 基于历史误差的 MAD 值进行中心估计, 得到去中心化后的有效误差。通过高斯核置信度筛选后更新自适应核宽, 最后将估计的中心值与自适应核宽协同用于权重更新。该流程循环执行直至达到预设迭代次数, 最终输出估计的权向量序列。算法的完整流程如图 1 所示。

## 2.3 算法复杂度

表 1 从加法、乘法、指数运算、比较、最小值运算及中位数运算的总次数角度, 对比了 VC-VKW-MCC、MCC<sup>[17]</sup>、AMCC<sup>[9]</sup>、SMCC<sup>[10]</sup>、VKW-MCC<sup>[11]</sup>、CMCC<sup>[12]</sup>、Fe-MCC-AKW<sup>[13]</sup>、CMCCC-VK<sup>[14]</sup>、VC-MCC<sup>[15]</sup> 共 9 种算法的计算复杂度。对于滤波器长度  $L$ , 所提 VC-VKW-MCC 算法仅在 VKW-MCC、CMCCC-VK、Fe-MCC-AKW 与 VC-MCC 基础上增加了有限次基础运算, 计算

量略高于传统 MCC 及各类单路径改进算法, 且实现复杂度远低于 CMCC 算法, 能够满足实时处理需求。总体而言, VC-VKW-MCC 在显著提升算法在复杂水声信道下的估计精度、收敛速度的同时, 保持了可接受的、满足实时处理需求的计算负担。

## 3 稳定性分析

本文所提出的 VC-VKW-MCC 算法, 其权重更新方程如下:

$$\boldsymbol{\omega}_k = \boldsymbol{\omega}_{k-1} + \mu \exp\left(-\frac{\epsilon_k^2}{2\sigma_k^2}\right) \epsilon_k \boldsymbol{x}_k \quad (31)$$

为了便于分析, 我们可以将上式重写为:

$$\boldsymbol{\omega}_k = \boldsymbol{\omega}_{k-1} + \boldsymbol{\mu}_k \epsilon_k \boldsymbol{x}_k \quad (32)$$

其中,  $\boldsymbol{\mu}_k$  可以被视为一个时变步长:

$$\boldsymbol{\mu}_k = \mu \exp\left(-\frac{\epsilon_k^2}{2\sigma_k^2}\right) \quad (33)$$

其均方收敛的稳定性条件通常要求步长满足以下约束<sup>[19]</sup>:

$$0 < \boldsymbol{\mu}_k < \frac{2}{3\text{tr}(R)} \quad (34)$$

其中,  $\text{tr}(\cdot)$  表示矩阵的迹,  $R$  是输入向量  $\boldsymbol{x}_k$  的自相关矩阵, 定义  $R = E[\boldsymbol{x}_k \boldsymbol{x}_k^T]$ 。

由于  $\epsilon_k^2$  和  $\sigma_k^2$  均为非负值, 则:

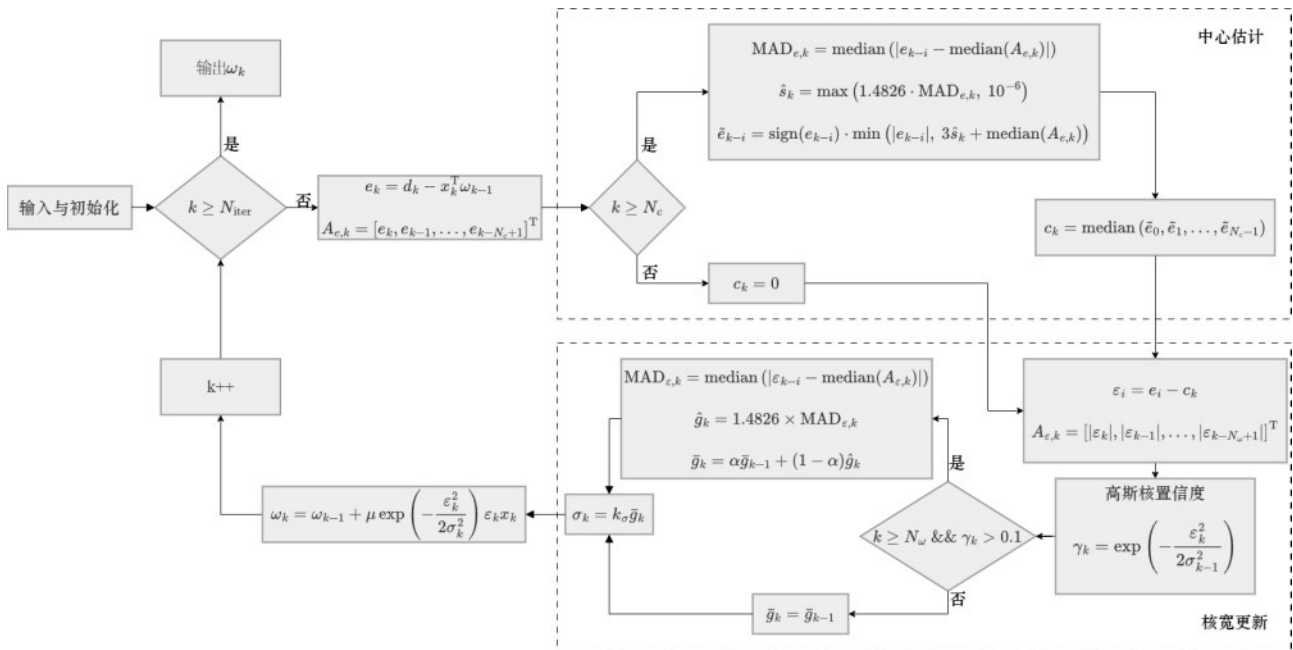


图 1 VC-VKW-MCC 算法流程图

表1 各算法计算复杂度对比

算法名称	加法运算次数	乘法运算次数	指数运算次数	比较运算次数	最小值运算次数	最大值运算次数
MCC	2L	2L+6	1	0	0	0
AMCC	2L+1	2L+6	1	0	0	0
SMCC	2L	2L+8	1	1	0	0
VKW-MCC	2L+2	2L+9	1	0	1	1
CMCC	7L+8	8L+37	6	3	0	0
Fe-MCC-AKW	2L+4	2L+12	1	2	0	0
CMCCC-VK	2L+3	2L+10	1	1	0	0
VC-MCC	2L+4	2L+11	1	0	0	0
VC-VKW-MCC	2L+5	2L+12	1	2	2	2

$$0 < \exp\left(-\frac{\epsilon_k^2}{2\sigma_k^2}\right) \leq 1 \quad (35)$$

将式 (33) 代入式 (31) 中, 可得时变步长  $\mu_k$  与固定步长  $\mu$  之间的关系:

$$0 < \mu_k \leq \mu \quad (36)$$

结合稳定性条件 (32) 和得到的  $\mu_k$  的上界, 可以推导出保证 VC-VKW-MCC 算法均方收敛的充分条件。为了确保算法稳定, 我们只需要保证  $\mu_k$  的最大值取值满足稳定性约束即可。因此, 保证所提出的改进版 VC-VKW-MCC 算法收敛的充分条件为:

$$0 < \mu < \frac{2}{3tr(R)} \quad (37)$$

## 4 仿真结果

### 4.1 仿真参数设置

#### 4.1.1 仿真环境参数

本研究通过系统识别场景下对所提 VC-VKW-MCC 算法及其他对比算法进行性能验证, 仿照核心设定如下: 滤波器阶数  $L=128$ , 迭代次数  $N_{\text{iter}}=20000$ , 独立实验次数  $N_{\text{trials}}=200$  (取统计平均值以保证结果可靠性); 待辨识的系统最优权重向量  $\mathbf{w}_{\text{opt}}$  为随机生成。噪声由非零均值高斯噪声和脉冲噪声组成, 其中脉冲噪声采用伯努利-高斯分布模型:  $\eta_k = \varpi_k b_k$ , 其中  $\varpi_k$  为方差  $\eta E[(\mathbf{x}_k^T \mathbf{w}_{\text{opt}})^2]$  的高斯噪声,  $\eta$  为脉冲强度系数, 用于量化脉冲噪声的能量大小,  $b_k$  是发生概率为  $P_r$  的伯努利随机过程。其中, 脉冲概率  $P_r$  分别取 0.1、0.3、0.5、0.7, 依次对应稀疏脉冲、中等脉冲、密集脉冲、强密集脉冲四种干扰场景; 脉冲强度  $\eta$  取 100、1000、

10000, 分别对应弱、中、强脉冲干扰场景, 脉冲强度越大表示脉冲噪声的幅值波动范围越大, 对滤波系统的干扰程度越强。除专门研究脉冲概率或脉冲强度的实验外, 其余实验均统一取脉冲概率  $P_r=0.3$ 、脉冲强度  $\eta=1000$ , 以系统评估算法在不同干扰特性下的性能表现。

#### 4.1.2 算法参数

本研究中各对比算法的参数均参照其原始文献的推荐值, 以确保各对比算法均在自身最优配置下运行。本文所提出的 VC-VKW-MCC 算法的主要参数均经过系统的预试验分析得出最优取值。各对比算法的具体参数配置详见表 2。

表2 各算法的详细参数设置

算法名称	参数设置
MCC( $\sigma = 5$ )	$\mu = 0.01, \sigma = 5$
MCC( $\sigma = 2$ )	$\mu = 0.01, \sigma = 2$
AMCC	$\mu = 0.018, \sigma_{\text{init}} = 2, \gamma = 0.99$
SMCC	$\mu = 0.05, \sigma = 2, \text{thres} = 0.05$
VKW-MCC	$\mu = 0.01, \alpha = 0.98, k_\sigma = 20, \sigma_0 = 100, N_w = 26$
CMCC	$\mu_1 = 0.01, \mu_2 = 0.005, \beta = 0.8, \sigma_1 = 5, \sigma_2 = 2$
Fe-MCC-AKW	$\mu = 0.01, \sigma_0 = 2, N_\lambda = 15, \beta = 0.9$
CMCCC-VK	$\mu = 0.01, \sigma_0 = 15, \gamma = 1.0$
VC-MCC	$\mu = 0.01, \sigma = 2, N_c = 60, \beta = 0.7$
VC-VKW-MCC	$\mu = 0.01, \alpha = 0.98, k_\sigma = 20, \sigma_0 = 100, N_w = 26, N_c = 60$

## 4.2 性能评价指标

采用归一化失准率 (单位: dB) 作为核心评价指标, 定义为:

$$\text{Misalignment}(k) = 20\lg\left(\frac{\|\omega_k - \omega_{\text{opt}}\|}{\|\omega_{\text{opt}}\|}\right) \quad (38)$$

$\|\omega_k - \omega_{\text{opt}}\|$  表示当前迭代的滤波器权重向量  $\omega_k$  与最优权重向量  $\omega_{\text{opt}}$  的欧氏距离, 反映了滤波器对未知系统的估计误差。通过计算该距离与最优向量范数  $\|\omega_{\text{opt}}\|$  的比值, 可直接量化滤波器权重与理想状态的偏离程度。实验结果中所有失准率学习曲线均通过 200 次独立实验取平均得到。

### 4.3 实验设计与结果分析

#### 4.3.1 中心估计窗口长度对 VC-VKW-MCC 性能的影响分析

本小节研究了不同中心估计窗口长度  $N_c$  对所提出的 VC-VKW-MCC 算法的影响。实验设置脉冲概率  $P_r = 0.3$ 、噪声均值  $m=1$ 、 $\text{SNR}=30\text{dB}$ , 分析中心估计窗口  $N_c$  长度  $[20, 40, 60, 70, 80, 100]$  对 VKW-VC-MCC 失准率和中心估计精度的影响, 结果如图 2 所示。所有曲线均从初始  $0\text{dB}$  的失准率快速下降, 并在约 2500 次迭代后逐步进入稳态, 其中  $N_c=20$  时算法稳态失准率最高, 约为  $-28\text{dB}$ , 且迭代 7000 次后才逐渐收敛, 这是由于过短的窗口导致中心估计的统计样本不足, 难以有效抑制脉冲噪声干扰; 随着  $N_c$  增大至 60~80, 算法稳态性能显著提升,  $N_c=60$  时稳态失准率降至约  $-31\text{dB}$ , 既保证了足够的统计样本以实现高精度中心估计, 又避免了过长窗口带来的响应延迟, 在收敛速度与稳态精度间取得最优平衡; 当  $N_c$  进一步增大至 100 时, 稳态精度与  $N_c=60\sim 80$  基本相当, 虽稳态精度略有提升, 但提升幅度已极其微弱, 同时过长的窗口会增加计算复杂度。

不同中心估计窗口长度  $N_c$  下 VC-VKW-MCC 算法对噪声直流偏移的跟踪性能对比如图 3 所示, 其中真实直流偏移值固定为 1, 实线为算法输出的中心估计值。当  $N_c=20$  时, 中心估计曲线波动剧烈, 存在大量由脉冲噪声引发的尖峰, 对真实均值的跟踪偏差最大; 随着  $N_c$  增大至 40、60、70、80、100, 估计曲线的波动幅度显著减小, 收敛后基本紧贴真实均值 1, 表明更长的窗口能更有效地平滑脉冲干扰, 提升估计的准确性, 所有  $N_c$  取值下算法均能在迭代初期快速收敛至真实均值附近,  $N_c \geq 60$  时中心估计几乎无明显波动, 稳态精度达到最优, 但窗口过长会略微减慢对噪声变化的响应速度, 综合收敛速度与稳态精度,  $N_c=60\sim 80$  为较优

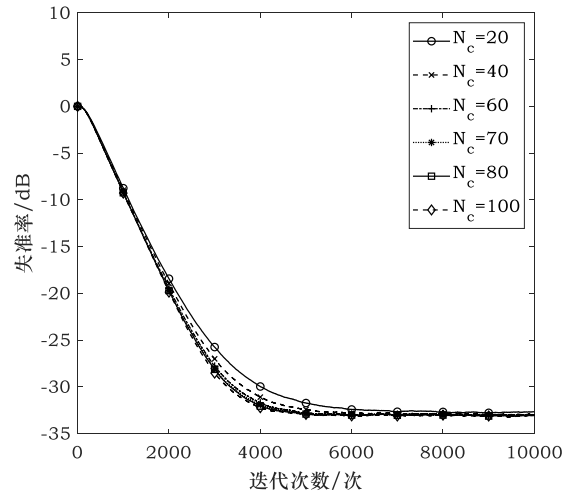


图2 VC-VKW-MCC 算法不同中心估计窗口长度的失准率对比图

取值区间, 可在脉冲噪声环境下实现精准、稳定的直流偏移估计。综合来看,  $N_c=60$  是兼顾收敛速度、稳态精度与计算复杂度的最优中心估计窗口长度。后续实验均取  $N_c=60$  为 VC-VKW-MCC 的中心估计窗口长度。

#### 4.3.2 固定核宽 MCC 与 VC-VKW-MCC 性能对比分析

图 4 展示了不同脉冲概率 ( $P_r = 0.1$ 、 $P_r = 0.3$ 、 $P_r = 0.5$ 、 $P_r = 0.7$ ) 下, VC-VKW-MCC 算法与不同固定核宽 MCC 算法的失准率收敛曲线。实验设置噪声均值  $m=1$ 、 $\text{SNR}=30\text{dB}$ , 结果表明, 传统 MCC 算法的性能高度依赖核宽选择, 存在收敛速度与稳态精度难以兼顾的问题, 对脉冲概率较为敏感。在  $P_r = 0.1$  的稀疏脉冲场景下, 核宽  $\sigma=20.0$  的 MCC 算法收敛速度最快, 约 2000 次迭代后进入稳态, 但稳态失准率仅约  $-16\text{dB}$ ; 核宽  $\sigma=2.0$  的 MCC 算法稳态性能最优, 失准率约为  $-22\text{dB}$ , 但收敛速度最慢, 需近 14000 次迭代才能稳定; 而核宽过小 ( $\sigma=1.0$ 、 $\sigma=0.5$ ) 时 MCC 算法性能严重退化, 稳态失准率几乎为 0, 无法实现有效滤波。当脉冲概率为  $P_r = 0.3$  时, 传统 MCC 算法性能普遍下降,  $\sigma=20.0$  的 MCC 稳态失准率进一步恶化至  $-13\text{dB}$ , 收敛速度也略有滞后;  $\sigma=2.0$  的 MCC 稳态失准率约为  $-22\text{dB}$ , 但收敛所需迭代次数超过 15000 次; 小核宽 MCC 算法依旧无法有效滤波。脉冲概率进一步增至  $P_r = 0.5$  时, 传统 MCC 算法性能大幅衰减,  $\sigma=20.0$  的 MCC 稳态失准率仅  $-10\text{dB}$ ,  $\sigma=2.0$  的 MCC 因脉冲干扰加剧未能收敛,  $\sigma=5.0$  的 MCC 虽相对稳

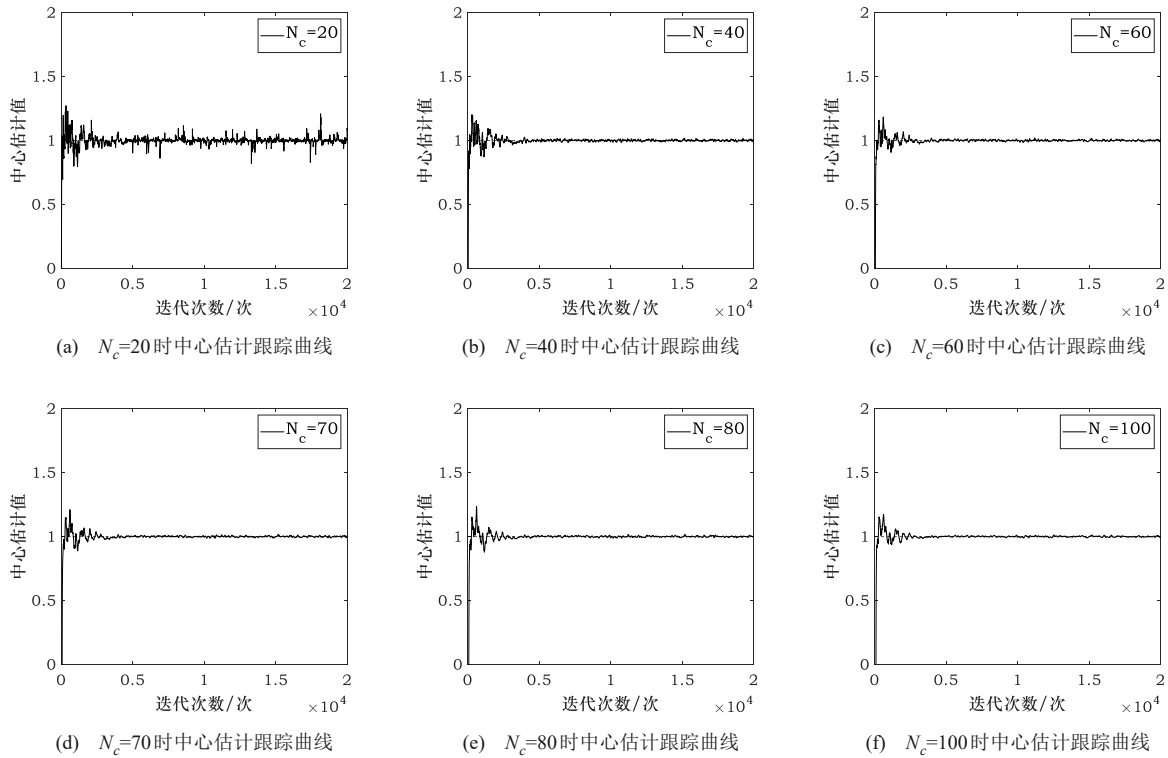


图3 不同中心估计窗口长度 $N_c$ 下VC-VKW-MCC算法的中心估计跟踪曲线

定但也降至-19dB，小核宽MCC几乎完全失效。当脉冲概率达到 $P_r = 0.7$ 的强脉冲密集场景时，传统MCC算法全面退化， $\sigma=20.0$ 的MCC稳态失准率仅-7dB， $\sigma=2.0$ 的MCC未能收敛， $\sigma=5.0$ 的MCC也降至-18dB，小核宽MCC完全丧失滤波能力。相比之下，VC-VKW-MCC算法在四种脉冲概率场景下均展现出明显优势，除强密集脉冲场景外，其余场景下仅需约5000次迭代即可快速进入稳态，与能达到最低稳态失准率的固定核宽MCC算法相比收敛速度提升60%以上，同时在 $P_r = 0.1$ 时稳态失准率低至-34dB，较最优核宽MCC算法提升12dB，在 $P_r = 0.3$ 时仍保持-33dB，较最优传统MCC算法提升11dB， $P_r = 0.5$ 时稳态失准率为-33dB， $P_r = 0.7$ 时依旧稳定在-31dB，收敛曲线平滑无剧烈波动，受脉冲概率变化的影响极小。综上，VC-VKW-MCC算法通过自适应核宽与中心估计协同优化，摆脱了对固定核宽的依赖，平衡了收敛速度与稳态精度，在收敛效率、估计精度及抗脉冲干扰性能上显著优于传统MCC，更适用于非平稳脉冲噪声环境下的自适应滤波。

### 4.3.3 多种MCC典型方法性能对比分析

为全面验证所提VC-VKW-MCC算法的综合性

能，本节通过三类典型实验场景（不同脉冲强度、时变直流偏移、时变信噪比），实验设置脉冲概率 $P_r = 0.3$ 、噪声均值 $m=1$ 、SNR=30dB,将其与传统MCC ( $\sigma=5.0$ 、 $\sigma=2.0$ ) 及改进型MCC算法 (CMCC、SMCC、AMCC、VC-MCC、VKW-MCC、CMCCC-VK、Fe-MCC-AKW) 进行系统性对比。实验聚焦算法在非平稳噪声环境下的收敛速度、稳态精度、抗脉冲性及时变特性跟踪能力，所有实验均采用200次蒙特卡洛迭代取平均，确保结果的统计可靠性。

如图5所示，展示了不同脉冲强度 ( $\eta=100$ 、 $\eta=1000$ 、 $\eta=10000$ ) 下，VC-VKW-MCC算法与各类改进型MCC算法的失准率收敛曲线。由实验结果可知，在三种脉冲强度环境下，各对比算法的收敛性能存在明显差异。其中，SMCC算法在实验迭代次数内尚未完成收敛，稳态失准率仅能达到-4dB左右，滤波性能较差；AMCC与CMCC算法虽可稳定收敛，但精度有限，稳态失准率分别为-14.40dB与-16.30dB；传统MCC算法中 $\sigma=2.0$ 的性能优于 $\sigma=5.0$ ，稳态失准率约为-21.30dB；CMCCC-VK算法稳态失准率约-18.00dB，收敛速度与稳态精度均弱于VC-MCC与Fe-MCC-AKW算

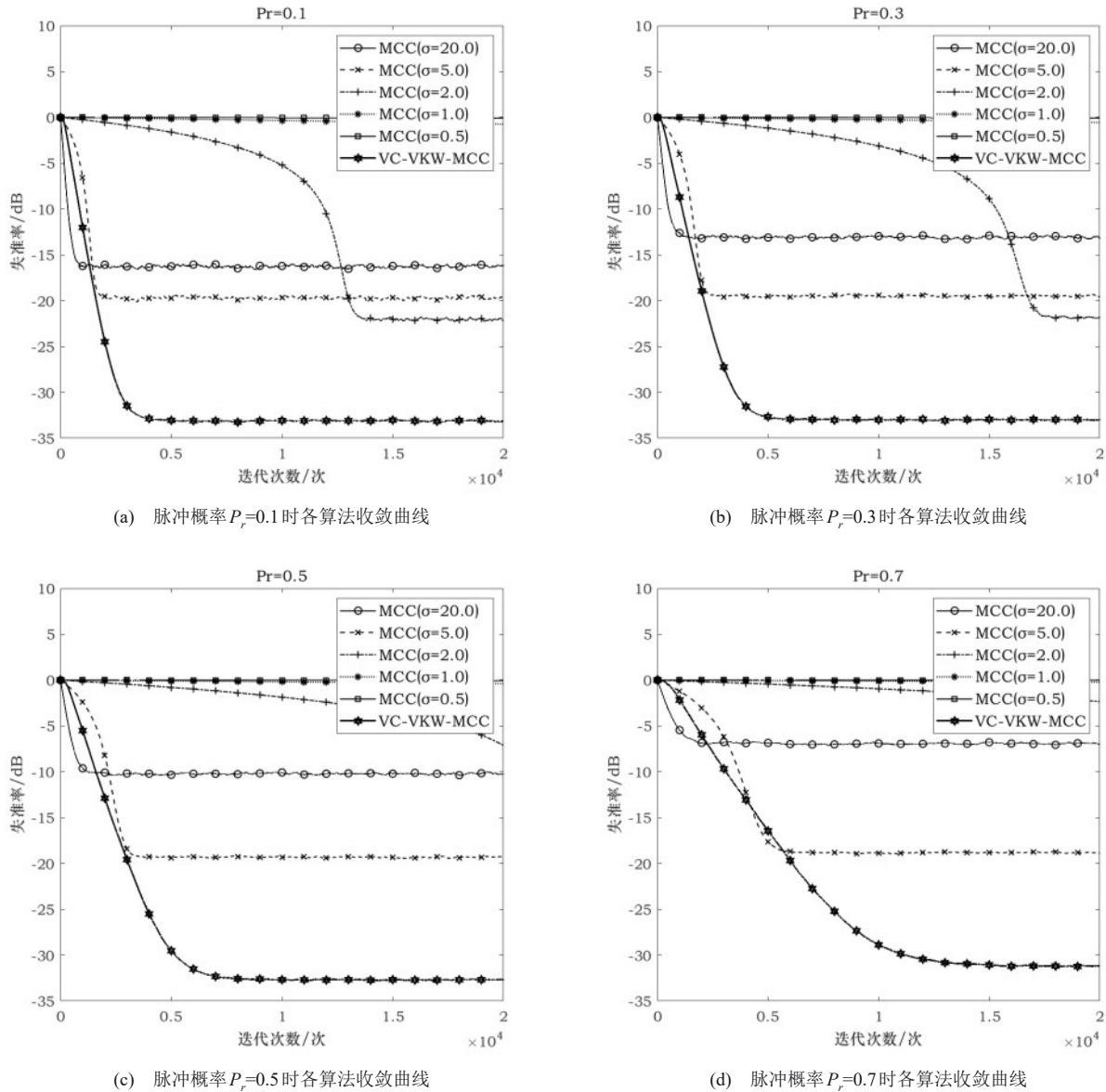
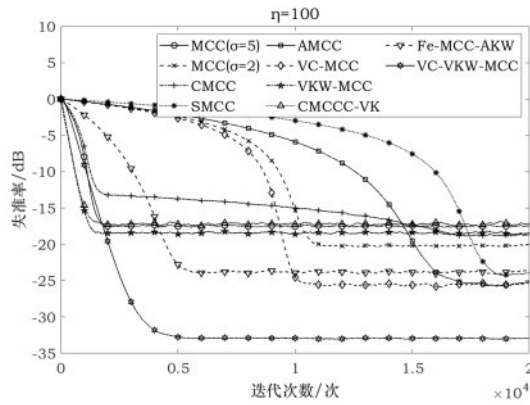


图4 不同脉冲概率下VC-VKW-MCC与传统MCC算法的失准率收敛曲线

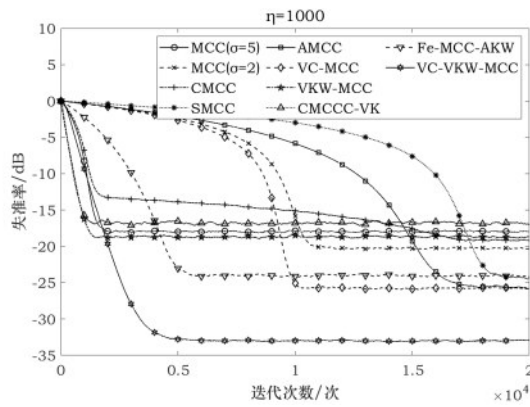
法; Fe-MCC-AKW 算法稳态性能较为优异, 稳态失准率约  $-25.50\text{dB}$ , 在非线性脉冲噪声控制中具备一定鲁棒性, 但跟踪速度与稳态精度仍有提升空间; VC-MCC 算法通过中心校正机制改善了非零均值噪声环境下的估计性能, 稳态失准率约  $-26.50\text{dB}$ , 但收敛周期较长, 需约 14000 次迭代才能趋于稳定; VKW-MCC 算法依靠核宽自适应调整实现了优于传统 MCC 的性能, 稳态失准率约  $-20.00\text{dB}$ , 但未考虑中心偏移问题, 在脉冲干扰下性能受限。相比之下, 本文所提 VC-VKW-MCC 算法在三种脉冲强度下均能实现快速平稳收敛, 且稳态性能显著领先, 在  $\eta=100$  时稳态失准率低至

$-32.95\text{dB}$ ,  $\eta=1000$  时为  $-32.99\text{dB}$ ,  $\eta=10000$  时仍稳定在  $-33.00\text{dB}$ , 远优于其他对比算法, 同时算法收敛过程几乎不受脉冲强度变化的影响, 展现出优异的抗脉冲干扰能力与自适应滤波效果。

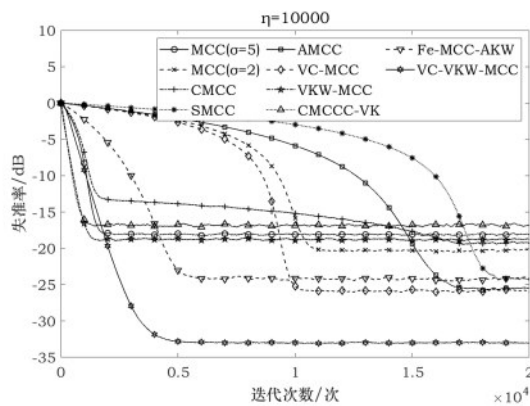
为评估在噪声均值分段变化下, 不同噪声均值对各算法失准率的影响。实验设置  $\text{SNR}=30\text{dB}$ 、 $P_r=0.3$ , 噪声均值按  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 1$  每 5000 次迭代切换一次, 模拟非平稳噪声的直流偏移特性, 对比各算法的失准率, 仿真结果如图 6 所示。结果表明, 在时变均值干扰下, 不同算法的收敛速度、稳态精度与跟踪能力存在显著差异: SMCC 与 AMCC 在整个迭代过程中均未实现有效收敛, 滤波性能极



(a) 弱脉冲强度( $\eta=100$ )下各算法收敛曲线



(b) 中等脉冲强度( $\eta=1000$ )下各算法收敛曲线



(c) 强脉冲强度( $\eta=10000$ )下各算法收敛曲线

图5 不同脉冲强度下各算法失准率收敛曲线

差；CMCC收敛速度极慢，直至接近20000次迭代才开始趋于稳定，难以满足实时滤波需求；VC-MCC虽最终可收敛至约-26dB，但收敛过程明显滞后，直至14000次迭代后才进入稳态；固定核宽MCC与VKW-MCC、CMCCC-VK虽能较快收敛，但稳态精度随均值变化波动显著，均值增大时失准率明显升高，稳定性较差。Fe-MCC-AKW的稳态

性能在对比算法中表现较好，均值跳变后的恢复速度也相对更快，噪声均值为1时稳态失准率达到-24.02dB，但仍存在性能损失；相比之下，本文所提VC-VKW-MCC算法表现出较全面的性能优势：初始阶段仅用约4000次迭代即可快速收敛至-33dB左右的稳态水平，且在三次均值跳变节点处，曲线几乎无明显波动，能在极短时间内完成均值跟踪并恢复至原稳态精度，全程维持着最低的失准率。综上，VC-VKW-MCC算法通过自适应中心估计与核宽调整的协同作用，在时变直流偏移场景下实现了收敛速度、稳态精度与跟踪稳定性的协同最优，具备优异的时变环境适应性。

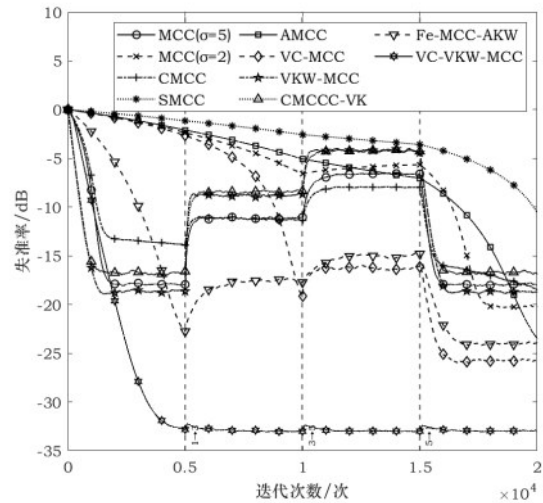


图6 噪声均值分段变化下各算法失准率收敛曲线

为验证算法在不同信噪比环境下的适应性，本文在SNR分段变化下进行了多算法性能对比。实验设置噪声均值固定为1、脉冲概率 $P_r = 0.3$ ，SNR按20→25→30→25dB分段变化（每5000次迭代切换一次），模拟信噪比从低到高再回落的非平稳场景，重点验证算法在不同信号质量下的适配能力，对比各算法的失准率，结果如图7所示。传统MCC算法在约2500次迭代后完成收敛，与VC-VKW-MCC算法收敛速度相当，但稳态精度整体偏低，其中大核宽( $\sigma=5$ )的MCC失准率接近VKW-MCC；SMCC、AMCC在20000次迭代内均未完成收敛，稳态性能较差；VC-MCC虽有中心校正功能，但收敛速度过慢，在约12000次迭代后才逐步收敛，收敛后的稳态失准率略低于VKW-MCC；VKW-MCC、CMCCC-VK与VC-VKW-MCC的收

收敛速度相近,均能在2000次迭代内快速收敛,但稳态失准率较差;Fe-MCC-AKW算法表现出较好的稳定性,但稳态失准率较差,仅为-25.21dB,约7000次迭代后进入初步收敛状态,收敛速度较慢。而VC-VKW-MCC算法在全SNR分段变化过程中均保持了所有算法里最低的稳态失准率,在20dB低SNR阶段仍能快速收敛至-20dB以下,随着SNR提升至40dB后稳态失准率进一步降至-43.8dB,且在信噪比切换后可迅速恢复至平稳收敛状态。综上,VC-VKW-MCC算法在动态信噪比环境下仍能保持高效稳定的滤波性能,为复杂噪声场景下的自适应滤波提供了可靠的技术支撑。

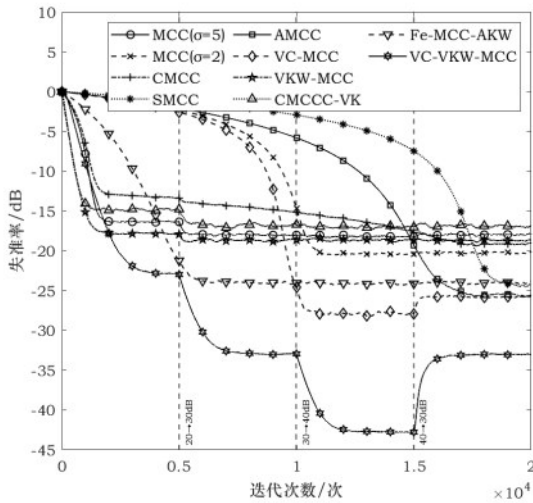


图7 信噪比分段变化下各算法失准率收敛曲线

## 5 结束语

本文提出面向非高斯非平稳水声信道的VC-VKW-MCC自适应滤波算法,构建基于MAD的统一框架,将中心估计与核宽更新基于MAD实现协同优化,有效解决了传统MCC算法核宽固定、中心估计易受脉冲污染的问题。理论分析验证了算法的收敛稳定性,多场景仿真结果表明,所提算法收敛速度较能达到最低稳态失准率的固定核宽MCC算法提升60%以上,与Fe-MCC-AKW、VKW-MCC算法相比,收敛速度相当,但其稳态精度较Fe-MCC-AKW及VKW-MCC算法提升60%以上,较VC-MCC算法提升40%以上,较传统固定核宽MCC算法提升70%以上,且计算复杂度可控,满足实时处理需求。该算法在抗脉冲干扰、时变噪声跟踪能力上均显著优于已有算法。

## 参考文献:

- [1] Zhu X, Wang C X, Ma R. A 2D Non-Stationary Channel Model for Underwater Acoustic Communication Systems[C]//93rd IEEE Vehicular Technology Conference, VTC 2021-Spring, 2021: 1-6.
- [2] Gao S, Wang B, Zhu Y, et al. A method of eliminating underwater biological impulse noise based on maximum correntropy criterion[J]. Technical Acoustics, 2021, 40(6): 717-722.
- [3] Zheng T, Jing L, Long C, et al. Frequency domain direct adaptive turbo equalization based on block normalized minimum-SER for underwater acoustic communications[J]. Applied Acoustics, 2023, 205: 109266.
- [4] Zhu B, Wang B, Cai B, et al. A Convex Combination - Variable-Step-Size Least Mean p-Norm Algorithm[J]. Electronics, 2024, 13(4): 758.
- [5] Liu W, Pokharel P P, Principe J C. Correntropy: A localized similarity measure[C]//IEEE International Conference on Neural Networks, 2006: 4919-4924.
- [6] 汤琦,杨欣柳. 基于互相关熵诱导度量的变步长LMP算法[J]. 通信学报, 2025, 46(5): 167-176.
- [7] Tang Q, Yang X L. A Variable Step-Size LMP Algorithm Based on Cross-Correntropy Induced Metric [J]. Journal on Communications, 2025, 46(5): 167-176.
- [8] Wu Z Z, Peng S Y, Chen B D, et al. Robust Hammerstein Adaptive Filtering under Maximum Correntropy Criterion[J]. Entropy, 2015, 17(10): 7149-7166.
- [9] Zhen Q, Jun T, Le Y, et al. Proportionate recursive maximum correntropy criterion adaptive filtering algorithms and their performance analysis[J]. Digital Signal Processing, 2023, 139: 104073.
- [10] Wang W, Zhao J, Qu H, et al. An Adaptive Kernel Width Update Method of Correntropy for Channel Estimation[C]//IEEE International Conference on Digital Signal Processing, 2015: 916-920.
- [11] Wang W, Zhao J, Qu H, et al. A switch kernel width method of correntropy for channel estimation[C]//International Joint Conference on Neural Networks, 2015: 1-7.
- [12] Huang F Y, Zang J S, Zhang S. Adaptive Filtering Under a Variable Kernel Width Maximum Correntropy Criterion[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2017, 64(10): 1247-1251.
- [13] Shi L M, Lin Y. Convex Combination of Adaptive Filters under the Maximum Correntropy Criterion in Impulsive Interference[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2014, 21(11): 1385-1388.
- [14] Le D C. Filtered-Error Maximum Correntropy Criterion Algorithm with Adaptive Kernel Width for Nonlinear Active Control of Impulsive Noise[J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2026, 45(2): 1-20.
- [15] Agarwal K, Rai C S. Variable Kernel Width Algorithm in Constrained Maximum Complex Correntropy Criterion for Adaptive Beamforming [J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2025, 44(9): 6768-6788.
- [16] Liu X, Song C T, Pang Z H. Kernel recursive maximum correntropy with variable center[J]. Signal Processing, 2022, 191: 108364.
- [17] Sun Q, Zhang H, Wang X F. Sparsity Constrained Recursive Generalized Maximum Correntropy Criterion With Variable Center Algorithm [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2020, 67(12): 3517-3521.
- [18] Chen B D, Xing L, Liang J L, et al. Steady-State Mean-Square Error Analysis for Adaptive Filtering under the Maximum Correntropy Criterion[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2014, 21(7): 880-884.

- [18] 郭建锋. 尺度因子的MAD估计及其在测量平差中的应用[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2021, 第46卷(11): 1636-1640  
Guo J F. MAD Estimation of Scale Factor and Its Application in Surveying Adjustment [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2021, 46(11): 1636-1640.
- [19] Feuer A, Weinstein E. Convergence analysis of LMS filters with uncorrelated Gaussian data[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1985, 33(1): 222-230.

汤琦 (1977-), 男, 西安邮电大学高级工  
为通信信号处理和阵



周骏尧 (2002-), 男, 安徽合肥人, 西安邮电大学硕士生, 主要研究方向为 SAR 雷达图像去噪及雷达图像增强。



刘颖 (2002-), 女, 甘肃平凉人, 西安邮电大学硕士生, 主要研究方向为信道估计。